

抛物线类渠道水力最佳及实用经济断面统一设计方法

陈柏儒^{1,2}, 王 羿^{1,2}, 赵延风^{1,2}, 王正中^{1,2,3*}

(1. 西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100;

2. 西北农林科技大学 旱区寒区水工程安全研究中心, 陕西 杨凌 712100;

3. 中国科学院 寒区旱区环境与工程研究所 冻土工程国家重点实验室, 兰州 730000)

摘 要:【目的】解决任意次抛物线形渠道湿周积分公式为不可积分而导致水力最佳及实用经济断面无解析解的问题。【方法】采用高斯超几何函数给出了任意次抛物线形渠道湿周的解析计算式,以水深、水面宽度为变量,用拉格朗日乘数法对该类渠道的水力最佳断面参数进行求解。【结果】得到了任意次抛物线类渠道的水力最佳断面参数求解方程,再根据实用经济断面与水力最佳断面的关系得到了任意次抛物线类渠道的实用经济断面参数求解方程。最后给出抛物线类渠道实用经济断面水面宽度与水深的比值的表。【结论】该方法易于设计任意次抛物线类水力最佳及实用经济断面,可供渠道规划设计参考应用,也为规范修订提供理论依据。

关 键 词:抛物线类渠道;高斯超几何函数;水力最佳断面;实用经济断面;明渠水力学;统一设计方法

中图分类号:S277;TV131.4

文献标志码:A

doi:10.13522/j.cnki.ggps.20180188

陈柏儒,王羿,赵延风,等. 抛物线类渠道水力最佳及实用经济断面统一设计方法[J]. 灌溉排水学报,2018,37(9): 91-99.

0 引 言

渠道是水利水电、农田灌排、引调水及供水等输水工程中应用最广泛的水工建筑物,其水力计算的研究成果已非常丰富^[1-3]。因抛物线形渠道断面最接近水力最佳断面和实用经济断面,且最接近天然河道断面^[1,2],学者们对其水力计算及断面优化的研究最为广泛^[3-4]。特别是随着机械化施工水平的提高,因抛物线形渠道断面是连续平顺的倒拱形结构,且具有良好的输水输沙能力、占地面积小及抗冻胀性能好等优点,进一步被广泛应用^[5-6]。因此,对抛物线形渠道断面的水力特性、经济适用性及水力计算方法的研究具有重要的现实意义。

学者们对抛物线形渠道断面的湿周计算和水力最佳断面特征已经进行了大量的研究,Loganathan^[7]研究了二次抛物线形渠道断面水力最佳时的最大边坡系数。Strelkoff等^[8]利用非线性插值、泰勒级数对抛物线形渠道的湿周进行了近似表达,但其最大误差可达3%~10%。张志昌等^[9]得到二次抛物线形渠道的水力最佳断面参数为 $ah=0.946\ 73$ (a 为形状参数, h 为水深)。魏文礼等^[10]得到了半立方抛物线形渠道的水力最佳断面参数为 $a^{2/3}h^{1/3}=0.990\ 78$ 。Anwar等^[11]利用泰勒级数和非线性插值设计了当给定坡比时,求取水力最佳断面条件下的幂律指数的方法,但该方法中的湿周计算仍需查询图表。Hussein^[12]利用等周理论得到了带超高的抛物线形渠道断面的湿周计算的迭代式。张丽伟等^[13]利用二次抛物线近似法推求了抛物线形渠道的水力最佳断面参数的计算公式。Han Y C等^[14]采用不完全椭圆积分法对三次抛物线形渠道断面的湿周进行了解析表达,并且得到其水力最佳断面参数为 $B/h=2.113\ 9$ (B 为水面宽度)。韩延成等^[15-16]进一步利用高斯超几何函数对幂律指数 $m=5/2、10/3$ 的湿周进行了解析表达,并得到了水力最佳断面的参数分别为 $B/h=2.088\ 3、2.127\ 3$,但其没给出全范围内任意次的抛物线形渠道湿周的解析表达式。按水力最佳断面设计的渠道断面一般都是窄深式的,不便于施工和运行管理,且在实际工程应用中,其占地面积较大,一般都采用实用经济

收稿日期:2018-03-28

基金项目:国家“十三五”重点研发计划重点专项(2017YFC0405103);国家自然科学基金项目(51279168)

作者简介:陈柏儒(1993-),男,硕士研究生,主要从事工程水力学及旱寒区输水工程的研究。E-mail: chenbairu93@nwfufu.edu.cn

通信作者:王正中(1963-),男,教授,博士生导师,主要从事工程水力学及水工程安全理论与技术方面的研究。E-mail: wangzz0910@163.com

断面,但抛物线形渠道实用经济断面的计算方法鲜见研究。何武全等^[17]对二次抛物线形渠道和半立方抛物线形渠道进行比较,选取最佳抛物线形渠道断面,并推求了抛物线形渠道实用经济断面的计算公式。荣丰涛^[18]推求了弧形坡脚梯形渠道实用经济断面水力计算的公式、计算步骤,并给出了断面计算的数据表格。渠道防渗工程技术规范当中分别指导了弧形底梯形渠道和弧形坡脚梯形渠道水力最佳断面和实用经济断面的设计计算^[19],缺少对抛物线类渠道断面的水力最佳断面和实用经济断面的设计指导。

综上所述,目前的研究成果仅为工程常用范围内个别离散点的抛物线形渠道水力最佳断面的成果,没有一套简单、通用即适用全范围内连续变化的任意次抛物线形渠道断面且精度高的水力最佳断面的计算方法,也无实用经济断面的设计计算方法。为此,兹通过推导得到了采用高斯超几何函数的任意次抛物线形渠道断面的湿周解析计算公式,使利用弧长微分法表达的任意次抛物线形渠道的湿周无法解析求解的问题得以解决,再用拉格朗日乘数法求解该类渠道的水力最佳断面,给出了抛物线形渠道水力最佳断面及实用经济断面的参数计算公式,并给出了断面计算的相关图表,并列出了抛物线形渠道的水力最佳及实用经济断面设计步骤,供设计查用。最后通过算例对比表明:给出的抛物线类渠道水力最佳断面及实用经济断面统一设计方法具有精确性和便利性以及通用性的优点。可供渠道规划设计参考应用,为规范修订提供依据。因天然河道的断面形式很贴合抛物线形断面,所以研究成果同样可以运用于天然河道的研究当中。

1 基本理论

均匀流的流量计算式^[20]为:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{5/3} \cdot \sqrt{i}}{P^{2/3}}, \quad (1)$$

式中: A 为过水断面面积(m^2); n 为糙率; Q 为流量(m^3/s); i 为水力坡度; P 为湿周(m)。

抛物线渠道方程可表示为^[20]:

$$y = a \cdot |x|^m, \quad (2)$$

式中: a 为抛物线形渠道形状参数($a > 0$); m 为抛物线渠道幂律指数($m \geq 1$),多种抛物线类渠道的示意图如图1所示。

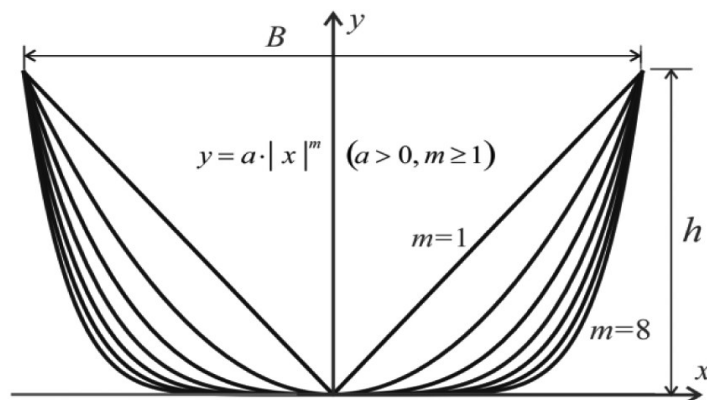


图1 多种抛物线形渠道断面示意图

抛物线形渠道断面形状参数 a 可表示为:

$$a = h \cdot \left(\frac{B}{2}\right)^{-m}, \quad (3)$$

式中: B 为水面宽度(m); h 为水深(m)。

抛物线渠道过水断面面积 A 可表示为:

$$A = Bh - 2 \int_0^{\frac{B}{2}} y dx = \frac{m}{m+1} Bh. \quad (4)$$

抛物线渠道断面湿周 P 采用弧长微分法可表示为:

$$P = 2 \int_0^h \sqrt{1 + \frac{y^{\frac{2-2m}{m}}}{m^2 \cdot a^{\frac{2}{m}}}} dy. \quad (5)$$

利用弧长微分法表示的式(5)中只有当幂律指数 $m=1.5、2.0$ 时才能计算出解析解。当为其他幂律指数时,式(5)为不可积分的积分形式,计算不出解析解。韩延成等^[15-16]利用高斯超几何函数推求了幂律指数 $m=5/2, 10/3$ 的湿周的解析表达式,但并没有给出全范围内任意次的关于抛物线形渠道湿周的高斯超几何函数的等效表达式。通过公式推导得到了采用高斯超几何函数的任意次抛物线形断面的湿周解析计算公式。

抛物线形渠道断面湿周 P 利用高斯超几何函数^[21-22]可表达为:

$$P = B \cdot \frac{m-1}{m} \cdot F_g \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2m-2}; \frac{2m-1}{2m-2}; \frac{-4m^2 h^2}{B^2} \right\} + \frac{B}{m} \sqrt{1 + \frac{4m^2 h^2}{B^2}}, \quad (6)$$

式中: $F_g\{C_1, C_2; C_3; x\}$ 为高斯超几何函数, $C_1 \sim C_3$ 为高斯超几何函数的参数。

在确定了幂律指数 m 的情况下,给定水深 h 、水面宽度 B 。对式(6),利用数学计算软件 *Wolfram Mathematica* 11 即可求得相应的湿周的解析解。

高斯超几何函数的求导法则为^[23]:

$$\frac{d^n}{dx^n} (F_g\{C_1, C_2; C_3; x\}) = \frac{(C_1, n) \times (C_2, n)}{(C_3, n)} \times F_g\{C_1+n, C_2+n; C_3+n; x\}, \quad n \in N. \quad (7)$$

2 抛物线渠道水力最优断面求解

2.1 水力最优断面求解模型

在糙率 n 、水力坡度 i 已知的条件下,所选定的横断面形状在通过已知的设计流量时面积最小,或者是过水面积一定时通过的流量最大。符合这种条件的断面,称为水力最佳断面^[20]。此时,抛物线形渠道的水力最佳参数 $\varepsilon=B/h$ 可认为是水力最佳断面的标志性参数。拉格朗日乘数法是一种寻找变量受一个或多个条件所限制的多元函数的极值的方法,Monadjemi^[24]利用该方法分别得到了双变量和三变量的水力最佳断面参数求解模型,为解决任意断面的水力最佳参数提供了方便。因此,求解抛物线形渠道水力最优断面的模型,其目标函数为:

$$A = A(h, B). \quad (8)$$

由式(1)得约束条件为:

$$\varphi(h, B) = A^{5/3} P^{-2/3} - \frac{Qn}{\sqrt{i}}, \quad (9)$$

式中: φ 为等式约束函数。

式(9)用拉格朗日乘子法可表示为:

$$\frac{\partial A}{\partial h} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial h} = 0, \quad (10a)$$

$$\frac{\partial A}{\partial B} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial B} = 0, \quad (10b)$$

式中: λ 为拉格朗日乘子。

将式(10a)代入式(10b),消去 λ ,并化简后可得优化模型:

$$\frac{\partial A}{\partial B} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial h} - \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial B} = 0. \quad (11)$$

由式(9)可得:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial B} = \frac{5}{3} A^{2/3} P^{-2/3} \frac{\partial A}{\partial B} - \frac{2}{3} P^{-5/3} A^{5/3} \frac{\partial P}{\partial B}, \quad (12a)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial h} = \frac{5}{3} A^{2/3} P^{-2/3} \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{2}{3} P^{-5/3} A^{5/3} \frac{\partial P}{\partial h}. \quad (12b)$$

将式(12a)和(12b)代入式(11)可得:

$$\frac{\partial A}{\partial B} \cdot \frac{\partial P}{\partial h} - \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial P}{\partial B} = 0. \quad (13)$$

式(13)即为求双变量水力最佳断面参数的微分方程。

2.2 水力最优断面求解

利用式(6)采用式(7)分别对 B 和 h 求偏导数可得,即:

$$\frac{\partial P}{\partial h} = \frac{mh}{m+1} \cdot \left[\frac{4mh}{\sqrt{B^2 + 4m^2 h^2}} - \frac{m-1}{m} \cdot \frac{4hm^2}{B(2m-1)} \cdot F_g \left\{ \frac{3}{2}, \frac{2m-1}{2m-2}, \frac{4m-3}{2m-2}, \frac{-4m^2 h^2}{B^2} \right\} \right], \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial B} = \frac{mB}{m+1} & \left[\frac{B}{m \cdot \sqrt{B^2 + 4m^2 h^2}} + \frac{m-1}{m} \cdot F_g \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2m-2}, \frac{2m-1}{2m-2}, \frac{-4m^2 h^2}{B^2} \right\} + \right. \\ & \left. \frac{m-1}{m} \cdot \frac{4h^2 m^2}{B^2(2m-1)} \cdot F_g \left\{ \frac{3}{2}, \frac{2m-1}{2m-2}, \frac{4m-3}{2m-2}, \frac{-4m^2 h^2}{B^2} \right\} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

利用式(4)分别对 B 和 h 求偏导数可得:

$$\frac{\partial A}{\partial h} = \frac{m}{m+1} B, \quad (16)$$

$$\frac{\partial A}{\partial B} = \frac{m}{m+1} h. \quad (17)$$

将式(14)至式(17)代入式(13)可得,即

$$\begin{aligned} 4m^2 h^2 B - B^3 - \frac{8m^2 h^2 (m-1)}{(2m-1)} \cdot F_g \left\{ \frac{3}{2}, \frac{2m-1}{2m-2}, \frac{4m-3}{2m-2}, \frac{-4m^2 h^2}{B^2} \right\} \cdot \sqrt{B^2 + 4m^2 h^2} - (m-1) \cdot B^2 \cdot \\ F_g \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2m-2}, \frac{2m-1}{2m-2}, \frac{-4m^2 h^2}{B^2} \right\} \cdot \sqrt{B^2 + 4m^2 h^2} = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

为表达简明,引入抛物线形渠道断面无量纲参数即抛物线渠道水力最优断面参数: $\varepsilon = B/h$, 代入式(18)之后,再除以 h^3 后可得任意次抛物线形渠道的水力最佳断面参数求解方程,即:

$$\begin{aligned} 4m^2 \varepsilon - \varepsilon^3 - \frac{8m^2 (m-1)}{(2m-1)} \cdot F_g \left\{ \frac{3}{2}, \frac{2m-1}{2m-2}, \frac{4m-3}{2m-2}, \frac{-4m^2}{\varepsilon^2} \right\} \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + 4m^2} - \varepsilon^2 (m-1) \cdot \\ F_g \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2m-2}, \frac{2m-1}{2m-2}, \frac{-4m^2}{\varepsilon^2} \right\} \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + 4m^2} = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

式中: ε 为抛物线形渠道水力最佳断面参数。

在幂律指数 $m \in [1, 1000]$ 范围内取 m 步长为 0.001, 利用 Wolfram Mathematica 11 进行全范围数值求解, 可获得其水力最佳断面参数 ε , 现将典型幂律指数相应的 ε 整理至表 1。

m	ε	m	ε
1	2.000 0	20	2.147 4
2	2.055 5	30	2.122 7
3	2.113 9	40	2.105 4
4	2.147 4	50	2.092 7
5	2.165 6	60	2.083 0
6	2.175 1	70	2.075 3
7	2.179 4	80	2.069 1
8	2.180 7	90	2.063 9
9	2.180 0	100	2.059 6
10	2.178 2	1000	2.010 5

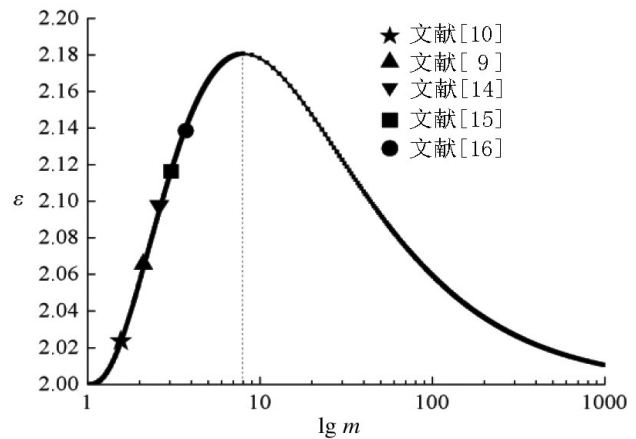


图 2 抛物线形渠道水力最优断面参数

以 m 的对数为横坐标, ε 为竖坐标, 绘出 $\varepsilon \sim m$ 关系曲线如图 2。由图 2 可知: 在这一系列抛物线水力最佳断面中, 幂律指数为 8 时抛物线类渠道断面宽深比 ($\varepsilon = B/h = 2.180 7$) 最大, 当指数大于 8 时 ε 随幂律指数不断减小, 且以 $\varepsilon = 2$ 为渐近线。由式(19)求出了 ε 后便可以根据式(4)求出断面面积, 据式(6)求出湿周, 再结合式(1)进行正常水深的计算及水力最佳断面设计。

由图 2 还可以发现, 式(19)除了可以解决现有的 5 种抛物线形渠道断面的水力最佳断面参数外, 还可以计算出其他任意幂律指数值的抛物线形渠道断面的水力最佳断面情况下的宽深比。

仅对常用范围的抛物线形渠道的水力最佳断面参数直接计算公式进行了拟合, 主要是因为工程中常用小幂律抛物线(工程中常用的幂律指数一般小于 8)的边坡系数相对较小, 且变化不是很大, 具有很好的实用性。利用最小二乘法对 $m \in [1, 8]$ 范围内的 ε 进行拟合得到直接计算公式, 即:

$$\varepsilon = -0.0062m^2 + 0.0809m + 1.9198 \quad m \in [1, 8], \quad (20)$$

考虑到求解高斯超几何函数较复杂,利用式(1)、式(4)、式(6)和式(19)计算水力最佳断面参数,通过一系列代入及数理变换,得到了一系列关于幂律指数对应于正常水深的参数、过水面积的参数、湿周的参数之间的关系。采用最小二乘法拟合出用于求解水力最佳条件下的水深 h_0 (下标带0表示为水力最佳断面情况)、过水面积 A_0 及湿周 P_0 的直接计算公式,即:

$$h_0 = [-0.0029m^3 + 0.0526m^2 - 0.313m + 1.539] \times \left(\frac{Q \cdot n}{\sqrt{i}} \right)^{3/8} \quad m \in [1, 8], \quad (21)$$

式中: h_0 为水力最佳条件下的水深(m)。

$$A_0 = [-0.0008m^3 + 0.0161m^2 - 0.093m + 1.743] \times \left(\frac{Q \cdot n}{\sqrt{i}} \right)^{3/4} \quad m \in [1, 8], \quad (22)$$

式中: A_0 为水力最佳条件下的过水面积(m²)。

$$P_0 = [-0.0058m^3 + 0.1028m^2 - 0.547m + 4.03] \times \left(\frac{Q \cdot n}{\sqrt{i}} \right)^{3/8} \quad m \in [1, 8], \quad (23)$$

式中: P_0 为水力最佳条件下的湿周(m)。

计算公式误差分析由式(24)计算并作出图3。

$$\delta = \frac{\eta - \eta_0}{\eta_0} \times 100\%, \quad (24)$$

式中: δ 为相对误差(%); η 为由提供的直接公式计算得到的值; η_0 为真值。

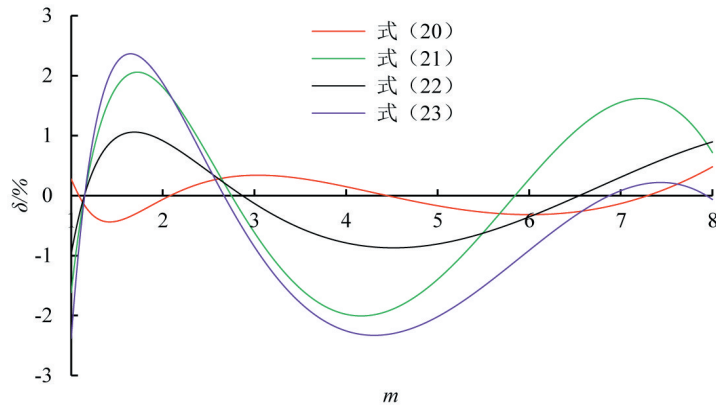


图3 直接计算式相对误差分布图

由图3可知,式(20)的最大相对误差为0.5%,式(21)至式(23)的相对误差均小于2.5%。

3 抛物线渠道实用经济断面

实用经济断面是过水断面面积与水力最佳断面面积相近,但是更加宽浅的渠道断面。推求实用经济断面的公式时,假定其过水断面面积 A 与水力最佳断面面积 A_0 之间的关系是 $A = \alpha \cdot A_0$,其中 α 的取值稍大于1(α 取1.01~1.04)。则根据实用经济断面与水力最佳断面通过流量应相等的条件,利用曼宁公式及明渠均匀流可得出关系式^[18],即:

$$\alpha = \frac{A}{A_0} = \left(\frac{R_0}{R} \right)^{2/3} = \left(\frac{PA_0}{P_0A} \right)^{2/3} = \left(\frac{1 \cdot P}{\alpha \cdot P_0} \right)^{2/3}, \quad (25)$$

式中: α 为实用经济断面面积 A 与水力最佳断面面积 A_0 之间的比例系数; P 为实用经济过水断面湿周(m); P_0 为水力最佳断面湿周(m)。

设 $B/h=k$, $B_0/h_0=\varepsilon$ 。将式(4)和式(6)分别代入式(25)可得:

$$\alpha = \frac{A}{A_0} = \frac{\frac{m}{m+1} Bh}{\frac{m}{m+1} B_0 h_0} = \frac{k \left(\frac{h}{h_0} \right)^2}{\varepsilon \left(\frac{h}{h_0} \right)}, \quad (26)$$

$$\alpha^{\frac{5}{2}} = \frac{k \cdot \frac{m-1}{m} \cdot F_g \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2m-2}; \frac{2m-1}{2m-2}; -\frac{4m^2}{k^2} \right\} + \frac{k}{m} \sqrt{1 + \frac{4m^2}{k^2}} \cdot \frac{h}{h_0}}{\varepsilon \cdot \frac{m-1}{m} \cdot F_g \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2m-2}; \frac{2m-1}{2m-2}; -\frac{4m^2}{\varepsilon^2} \right\} + \frac{\varepsilon}{m} \sqrt{1 + \frac{4m^2}{\varepsilon^2}} \cdot \frac{h}{h_0}}, \quad (27)$$

式中: k 为实用经济断面的宽深比, 即抛物线类渠道实用经济断面参数; h_0 为水力最佳断面的水深(m); h 为实用经济断面的水深(m)。

将式(26)代入式(27), 并且消去 h/h_0 项, 可以得到任意次抛物线形渠道实用经济断面参数求解方程, 即:

$$\alpha = \left(\frac{\varepsilon}{k} \right)^{1/4} \cdot \left(\frac{k \cdot \frac{m-1}{m} \cdot F_g \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2m-2}; \frac{2m-1}{2m-2}; -\frac{4m^2}{k^2} \right\} + \frac{k}{m} \sqrt{1 + \frac{4m^2}{k^2}}}{\varepsilon \cdot \frac{m-1}{m} \cdot F_g \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2m-2}; \frac{2m-1}{2m-2}; -\frac{4m^2}{\varepsilon^2} \right\} + \frac{\varepsilon}{m} \sqrt{1 + \frac{4m^2}{\varepsilon^2}}} \right)^{1/2}. \quad (28)$$

在已知幂律指数 m (取 1~8), 利用式(19)或式(20)求得 ε ; 并选定 α (取 1.01~1.04), 利用式(28)即可求得实用经济断面的宽深比 k 。考虑到由式(28)求解 k 十分麻烦, 现给出求解的详细结果见表 2, 供设计查用。

表 2 抛物线渠道实用经济断面水面宽度与水深的比值 k

m	α				m	α				m	α			
	1.01	1.02	1.03	1.04		1.01	1.02	1.03	1.04		1.01	1.02	1.03	1.04
1.00	2.078	2.153	2.226	2.296	3.50	2.217	2.299	2.379	2.458	6.00	2.261	2.346	2.429	2.510
1.25	2.083	2.158	2.231	2.301	3.75	2.225	2.308	2.388	2.467	6.25	2.263	2.347	2.430	2.512
1.50	2.098	2.174	2.247	2.319	4.00	2.232	2.315	2.396	2.476	6.50	2.264	2.349	2.432	2.514
1.75	2.117	2.194	2.269	2.341	4.25	2.238	2.321	2.403	2.483	6.75	2.265	2.350	2.433	2.515
2.00	2.136	2.214	2.290	2.364	4.50	2.243	2.327	2.408	2.489	7.00	2.266	2.351	2.434	2.516
2.25	2.154	2.233	2.310	2.385	4.75	2.248	2.331	2.413	2.494	7.25	2.266	2.351	2.435	2.517
2.50	2.170	2.250	2.328	2.404	5.00	2.251	2.335	2.417	2.498	7.50	2.267	2.352	2.435	2.518
2.75	2.185	2.265	2.343	2.420	5.25	2.254	2.338	2.421	2.502	7.75	2.267	2.352	2.436	2.518
3.00	2.197	2.278	2.357	2.435	5.50	2.257	2.341	2.424	2.505	8.00	2.267	2.352	2.436	2.518
3.25	2.208	2.289	2.369	2.447	5.75	2.259	2.344	2.426	2.508	—	—	—	—	—

以 m 为横坐标, k 为竖坐标, α 为参数, 绘出 $m \sim k \sim \alpha$ 关系的参数曲线如图 4 所示。由图 4 可知, 在这一系列抛物线实用经济断面中, 4 组 α 计算出的 k 值相互平行, 且当幂律指数大于 4 时抛物线类渠道断面宽深比变化趋于稳定。

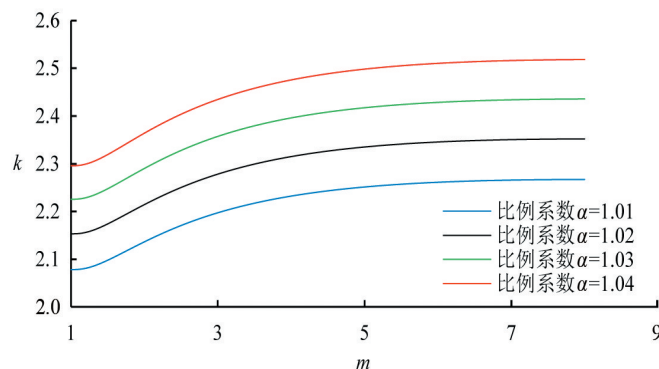


图 4 抛物线渠道实用经济断面水面宽度与水深的比值分布图

4 抛物线形渠道的水力最佳及实用经济断面设计步骤

1) 在已知渠道流量 Q 、渠道底坡 i 、渠道糙率 n 的条件下, 首先选定抛物线类渠道断面的幂律指数 m (m

取 1~8)。

2)利用式(20)计算出抛物线形渠道水力最佳断面参数 ε ,再利用式(21)、式(22)、式(23)计算水力最佳断面条件下的水深 h_0 、面积 A_0 和湿周 P_0 ,水面宽度 B_0 可通过 ε 和 h_0 计算得到。

3)当认为水力最佳断面条件下的宽深比不够理想需要进行调整时,即可设计抛物线形渠道的实用经济断面。首先假定不同的 α 值。利用 m 和 α 通过表 2 得到相应抛物线形渠道实用经济断面参数 k (或利用式(28)计算)。

4)由已得的 m 、 α 、 k 、 h_0 利用式(26)可求出实用经济断面的水深 h ,利用 $B/h=k$ 求出实用经济断面的水面宽度 B ,利用 $A=\alpha \cdot A_0$ 求出实用经济断面的面积 A ,最后利用 $P=\alpha^{5/2} \cdot P_0$ 求出实用经济断面的湿周 P 。

5)利用 $V=Q/\alpha \cdot A$ 计算出断面的平均流速,再按不冲不淤的要求校核渠道流速是否满足要求。并且应从衬砌和挖方的经济性、占地面积、施工管理等进行综合考虑,选定渠道的断面尺寸。

5 算例与分析

假设需设计一个二分之五次的抛物线形渠道的水力最佳断面及实用经济断面,过水流量 $Q=25 \text{ m}^3/\text{s}$,渠道底部糙率 $n=0.014$,渠底坡降 $i=1/12\ 000$,动能修正系数 $\beta=1$,试设计之。

解:二分之五次的抛物线形渠道断面的幂律指数为 2.5,由直接计算公式(20)得该抛物线形渠道水力最佳断面参数 $\varepsilon=2.083\ 3$;由式(21)得水力最佳条件下的正常水深 $h_0=4.082\ 1 \text{ m}$;由式(22)得水力最佳条件下的断面面积 $A_0=24.631\ 5 \text{ m}^2$;由式(23)得水力最佳条件下的湿周 $P_0=12.617\ 4 \text{ m}$ 。与文献[15]采用理论解析计算的结果进行对比,可知水力最佳断面参数、正常水深、断面面积、湿周的相对偏差分别为:0、0.65%、0.40%、0.48%,体现了本文提供的直接计算公式的精确性;

而在文献[15]中,需通过数学计算软件求解以下式(29)才能得到水力最佳断面参数 ε 。

$$6\sqrt{\varepsilon^2+25} \cdot F_g\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{-25}{\varepsilon^2}\right\} \cdot \varepsilon^2 + 4\varepsilon^3 + 75\sqrt{\varepsilon^2+25} \cdot F_g\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{-25}{\varepsilon^2}\right\} - 100\varepsilon = 0, \quad (29)$$

式(29)相比本文提供的抛物线类渠道水力最佳断面参数的直接计算式(20)复杂,且式(29)只能求解二分之五次抛物线形断面的 ε ,再利用均匀流公式进行正常水深、过水面积、湿周的求解,均较为复杂,而本文不仅式(20)可直接计算出幂律指数从 1 至 8 的任意次抛物线形渠道的 ε ,而且水力最佳断面及实用经济断面的正常水深、过水面积、湿周都能直接计算。体现了本文提供的直接计算公式的便利性和通用性;

实用经济断面设计时,先选定 $\alpha=1.04$,通过表 2 可查得二点五次抛物线形断面的实用经济断面的宽深比 $k=2.404$,由式(26)可得实用经济断面正常水深 $h=3.875\ 2 \text{ m}$;水面宽度 $B=k \cdot h=9.316\ 0 \text{ m}$;实用经济断面断面面积 $A=\alpha \cdot A_0=25.616\ 8 \text{ m}^2$;实用经济断面断面湿周 $P=\alpha^{5/2} \cdot P_0=13.917\ 2 \text{ m}$ 。本文填补了任意次抛物线形渠道实用经济断面的计算方法的空白,方便了任意次抛物线形渠道实用经济断面的设计。

综上,上述算例展示了抛物线类渠道水力最佳断面及实用经济断面统一设计方法的精确性和便利性以及通用性。并且填补了任意次抛物线形渠道实用经济断面的计算方法的空白,方便了比水力最佳断面使用更多的抛物线形实用经济断面的设计。并且还可利用本文给出的采用高斯超几何函数的任意次抛物线形断面的湿周解析计算式(6)计算其他幂律指数大于 8 的任意抛物线湿周,式(19)计算其他幂律指数大于 8 的任意抛物线的水力最佳断面宽深比,式(28)计算其他幂律指数大于 8 的任意抛物线的实用经济断面的宽深比,再结合式(1)、式(4)、式(6)进行相应的断面设计和水力计算。

6 讨论

渠道断面的设计优化直接关系到渠道工程的经济性、水资源利用率以及工程效益。其中,抛物线类渠道断面连续性和抗冻胀性能好,在许多北方寒冷地区渠道建设中已进行了推广应用^[25]。但现有的抛物线类渠道断面选择范围太窄,且具有水力最佳和实用经济断面的设计计算过程复杂、精度低、适用范围小等问题,给设计人员带来极大不便。

从算例与分析可知,本文提供的方法和直接计算式可方便抛物线类渠道水力最佳及实用经济断面的统一设计。还可利用本文给出的高斯超几何函数推求的任意次抛物线类渠道湿周的解析计算式,经过数理变换,运用在任意次抛物线形渠道的其他水力计算当中,有利于各类抛物线形渠道的推广运用。因天然河道

的断面形式很贴合抛物线形断面,所以本文的研究成果同样可以运用于天然河道的研究当中。

近年来渠道施工技术已逐渐向机械化和半机械化的方向发展。抛物线类渠道具有断面连续性好,模具制作方便等优点,更适应机械化施工技术^[26]。随着渠道衬砌防渗工程施工机械化水平的提高,抛物线类断面渠道具有广阔的发展前景。在实际工程中,渠道断面的设计还需综合考虑过流能力、地质情况、水文资料等因素;在经济造价方面,渠道断面设计还应将挖填方造价、衬砌造价、占地面积等因素考虑入内。不同幂律指数的抛物线形渠道断面对应不同的应用条件,在选择上还要应根据因地制宜的原则来进行设计。

7 结 论

1)为了方便设计,通过拟合得到了常用的全范围内($1 \leq m \leq 8$)任意次抛物线形渠道断面都适用的高精度、简明、通用的水力最佳断面参数的直接计算公式,相对误差均小于0.5%。

2)基于明渠均匀流计算公式,得到了关于幂律指数对应于正常水深的参数、过水面积的参数、湿周的参数之间的关系。通过拟合得到了求解水力最佳条件下的水深、过水面积及湿周的直接计算公式,相对误差均小于2.5%。

3)基于明渠均匀流计算公式,得到了求解任意次抛物线形渠道的实用经济断面参数(宽深比)的求解方程。给出常用的全范围内($1 \leq m \leq 8$)抛物线形渠道实用经济断面参数的结果表及其水力最佳及实用经济断面设计步骤,便于设计查用。

4)给出的抛物线类渠道水力最佳断面及实用经济断面统一设计方法具有精确性和便利性以及通用性的优点。

参考文献:

- [1] VALIANI A, CALEFFI V. Depth - energy and depth - force relationships in open channel flows. ii: analytical findings for power-law cross-sections[J]. Advances in Water Resources, 2009, 32(2):213-224.
- [2] VALIANI A, CALEFFI V. Depth - energy and depth - force relationships in open channel flows: analytical findings[J]. Advances in Water Resources, 2008, 31(3):447-454.
- [3] SWAMEE P K, RATHIE P N. Normal depth equations for parabolic open channel sections[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2016, 142(6): 06016003.
- [4] VATANKHAH A R. Normal depth in power-law channels[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2014.
- [5] 何武全,孔东. 渠道衬砌与防渗工程技术[M]. 郑州: 黄河水利出版社, 2011.
- [6] 山西省渠道防渗工程技术手册编委会. 山西省渠道防渗工程技术手册[M]. 太原: 山西科技出版社, 2003.
- [7] LOGANATHAN G V. Optimal design of parabolic canals[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 1991, 117(5): 716-735.
- [8] STRELKOFF T S, CLEMMENS A J. Approximating wetted perimeter in power-law cross section[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2000, 126(2): 98-109.
- [9] 张志昌,刘亚菲,刘松舰. 抛物线形渠道水力最优断面的计算[J]. 西安理工大学学报, 2002(3):235-237.
- [10] 魏文礼,杨国丽. 立方抛物线形渠道水力最优断面的计算[J]. 武汉大学学报(工学版), 2006(3):49-51.
- [11] ANWAR A A, VRIES T T D. Hydraulically efficient power-law channels[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2003, 129(1): 18-26.
- [12] HUSSEIN A S A. Simplified design of hydraulically efficient power-law channels with freeboard[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2008, 134(3): 380-386.
- [13] 张丽伟,滕凯. 抛物线形断面最优水力参数及方程指数计算方法[J]. 水利水电科技进展, 2014, 34(5):65-68.
- [14] HAN Y C, EASA S M. Superior cubic channel section and analytical solution of best hydraulic properties[J]. Flow Measurement and Instrumentation, 2016, 50: 169-177.
- [15] 韩延成,徐征和,高学平,等. 二分之五次方抛物线形明渠设计及提高水力特性效果[J]. 农业工程学报, 2017, 33(4):131-136.
- [16] HAN Y C, EASA S M. New and improved three and one-third parabolic channel and most efficient hydraulic section[J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 2017, 44(5):387-391.
- [17] 何武全,宋清林,宋江涛,等. 抛物线形混凝土衬砌渠道标准化结构形式研究[J]. 灌溉排水学报, 2016, 35(5):10-14.
- [18] 荣丰涛. 弧形坡脚梯形渠道实用经济断面的计算[J]. 山西水利科技, 2004(1):4-6.
- [19] 渠道防渗工程技术规范:GB/T50600—2010[S]. 北京: 中国计划出版社, 2011.
- [20] CHOW V T. Open channel hydraulics[M]. New York: McGraw-Hill, 1959.
- [21] 王竹溪,郭敦仁. 特殊函数概论[M]. 北京大学出版社, 2000.
- [22] BRYCHKOV Y A. Handbook of special functions[M]. S.I.:CRC Press, 2008.
- [23] 裘松良. Gauss超几何函数的导数和广义Legendre关系[J]. 杭州电子工业学院学报, 1998(2):1-8.

- [24] MONADJEMI P. General formulation of best hydraulic channel section[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 1994, 120(1):27-35.
- [25] 何武全, 姜宗科. 渠道防渗防冻胀标准化模式与关键技术研究[R]. 杨凌: 西北农林科技大学, 2016.
- [26] 李刚, 何武全, 翟东汉. 基于拉格朗日法的抛物线形复合渠道的水力最佳断面[J]. 灌溉排水学报, 2017, 36(11):51-55.

Optimal Design of Hydraulic and Practical Cross-section of Parabolic Canals

CHEN Bairu^{1,2}, WANG Yi^{1,2}, ZHAO Yanfeng^{1,2}, WANG Zhengzhong^{1,2,3*}

- (1. College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A & F University, Yangling 712100, China;
2. Cold and Arid Regions Water Engineering Safety Research Center, Northwest A & F University, Yangling 712100, China;
3. State Key Laboratory of Frozen Soils Engineering, Cold and Arid Region Environmental and Engineering Research Institute, CAS, Lanzhou 730000, China)

Abstract:【Objective】 There are no analytical solutions to calculate the wetted perimeter in parabolic canals and this paper is to present an alternative method to calculate the hydraulic and practical cross section of the parabolic canals. 【Method】 The proposed method was based on the Gauss-hypergeometric function, from which the exact solutions for the wetted-perimeter of the canals with parabolic cross section was obtained. Taking water depth and width of the water surface as variables, the optimal hydraulic cross-section can be obtained by using the Lagrange multiplier method. 【Result】 Based on the relationship between the practically economic cross section and the optimal hydraulic cross-section, the practically economic cross-section parametric equation for the parabolic canal was obtained. The datum table of the ratio between the water width and the water depth of the practically economic cross-section of parabolic canals was provided. 【Conclusion】 The proposed method is easy to be used to design the optimal hydraulic cross-section and practically economic cross-section of any parabolic canals. It can also be used as a tool in channel planning and design, and provided a theoretical basis for revising standards.

Key words: parabola-shaped canal; Gaussian hypergeometric function; optimal hydraulic cross-section; practically economic cross-section; open channel hydraulics; uniform design method

责任编辑: 赵宇龙