

灌区田间下渗强度的渗流力学算法

张雅梦, 康 博, 陈 坤, 李彦鋈, 陶月赞*, 杨 杰, 何震宇
(合肥工业大学, 合肥 230009)

摘 要:【目的】在沟渠纵横灌区, 潜水水位变动是田间灌溉下渗、沟渠与潜水含水层之间潜水渗流作用的叠加结果, 为消减沟渠对潜水水位影响。【方法】依据含灌溉入渗作用的沟渠边界控制下的一维潜水非稳定渗流模型, 对模型线性化与齐次化处理后, 采用 Fourier 变换, 求出模型的解析解; 依据模型的解析解, 讨论沟渠对潜水水位变动的影响规律, 建立依据潜水水位动态反演田间灌溉下渗强度的算法。【结果】以安徽省淮北平原上一口距离灌溉干渠 65 m 处的观测孔中潜水水位动态为例, 演示反演田间灌溉下渗强度的计算过程; 实例中, 干渠对潜水水位变动幅度的影响比例, 在计算期末达 62.8%。【结论】文中提出的依据潜水水位动态反演田间灌溉下渗强度算法, 所需资料比较容易获得, 实际应用简单、方便。

关键词: 灌区; 潜水; 田间灌溉下渗; Fourier 变换; 沟渠

中图分类号: S277.5

文献标志码: A

doi: 10.13522/j.cnki.gggs.2023536

张雅梦, 康博, 陈坤, 等. 灌区田间下渗强度的渗流力学算法[J]. 灌溉排水学报, 2023, 42(Supp.1): 202-205.

ZHANG Yameng, KANG Bo, CHEN Kun, et al. Groundwater Dynamics Method for Evaluating the Irrigation Infiltration of Farmland[J]. Journal of Irrigation and Drainage, 2023, 42(Supp.1): 202-205.

0 引言

灌溉入渗是灌溉回归的重要途径之一^[1-3], 灌溉回归是灌溉水分利用效率评价^[2-3]、资源重复量评价^[4-5]、灌区地下水资源评价^[6-9]等研究的重要基础工作。

现有关于灌溉入渗研究, 所采用的计算方法, 大体可分两大类: ①根据水量平衡原理, 依据实测的地下水位变幅与含水层给水度乘积^[10-13], 或者依据试验建立的灌溉下渗补给强度与相关变量之间的关系式^[8,14], 直接计算出单位面积上田间灌溉下渗强度。在灌排沟渠纵横的灌区, 沟渠水与地下水之间的相互影响往往不可忽略^[15-18]; 而现行相关文献中的算法, 一般都未考虑沟渠的影响。②根据土壤水分运动模型等所建立的数值模拟方法^[19-21], 因模型参数多且所需要的基础数据量大, 往往计算误差较大^[3], 由此导致实际应用困难。

大型灌区, 一般都依托有发育较厚的松散地层, 也即发育有一定厚度的潜水含水层; 本文依据含田间灌溉下渗作用的、由河渠边界控制的潜水非稳定渗流模型, 依据 Fourier 变换获得模型的解析解; 依据模型的解, 建立依据潜水水位动态数据反演田间灌溉下

渗强度的计算方法, 并讨论沟渠对潜水水位的影响。

1 基本模型及其线性化

一条直线型渠道如图 1 所示, 其水文地质概念模型可概括为: ①水平发育的潜水含水层均质、无限延伸; ②潜水初始水位 $h(x,0)$ 水平, 且与渠水位一致; ③渠道完全切割含水层至隔水底板, 渠水位瞬时上升 ΔH 后保持不变; ④潜水流为一维流; ⑤田间灌溉下渗强度 ε , 为区内处处相等的常数。

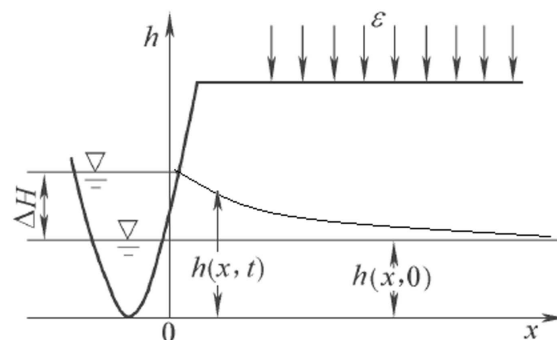


图 1 河渠附近渗流场

Fig.1 Seepage field near canal

该问题可写成数学模型:

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = K \frac{\partial}{\partial x} \left[h \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \varepsilon \quad (0 < x < +\infty, t > 0), \quad (1)$$

$$h(x,t)|_{t=0} = h(x,0) \quad (x > 0), \quad (2)$$

$$h(x,t)|_{x=0} = h(0,0) + \Delta H \quad (t \geq 0), \quad (3)$$

收稿日期: 2023-11-21 修回日期: 2023-12-05

基金项目: 安徽省重点研究与开发计划项目 (JZ2021AKKG0330)

作者简介: 张雅梦 (1998-), 女, 硕士, 研究方向为水文学及水资源。

E-mail: 1030800695@qq.com

通信作者: 陶月赞 (1964-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事水环境研究。E-mail: taoyuezan@163.com

©《灌溉排水学报》编辑部, 开放获取 CC BY-NC-ND 协议

$$h(x,t)|_{x \rightarrow \infty} = h(x,0) + \frac{\varepsilon}{\mu} t \quad (t \geq 0), \quad (4)$$

式中： μ 、 K 分别为含水层给水度与渗透系数 (m/d)； h 为潜水位 (m)； ΔH 为河渠水位瞬时上升幅度； ε 为田间灌溉下渗强度 (m/d)。

式 (1) 是非线性方程，当 $h(x, t) - h(x, 0) \leq 0.1h_m$ 、 $h_m = [h(x, t) + h(x, 0)]/2$ (实际中，该条件都能满足)，利用 Boussinesq 方程的第一线性化方法^[11,17-18]，式 (1) 可写成：

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{Kh_m}{\mu} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon}{\mu} \quad (5)$$

2 模型的解析解

令 $a = Kh_m/\mu$ 、 a 为含水层的导压系数 (m²/d)；同时，令 $u(x, t) = h(x, t) - h(x, 0) - \varepsilon t/\mu$ 、 $f(t) = \Delta H - \varepsilon t/\mu$ ，对由式 (2) 一式 (5) 组成的数学模型进行其次化^[22]，可得：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (0 < x < +\infty, t > 0), \quad (6)$$

$$u(x, t)|_{t=0} = 0 \quad (x > 0), \quad (7)$$

$$u(x, t)|_{x=0} = f(t) \quad (t \geq 0), \quad (8)$$

$$u(x, t)|_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (t \geq 0), \quad (9)$$

式 (6) 一式 (9)， x 是 $(0, +\infty)$ 区间的变量，采用 Fourier 正弦变换^[23]：

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{u}(\omega, t)}{dt} &= a[\omega u(x, t)|_{x=0} - \omega^2 \bar{u}(\omega, t)] \\ &= a[\omega f(t) - \omega^2 \bar{u}(\omega, t)], \end{aligned} \quad (10)$$

式中： $\bar{u}$ 为 u 的 Fourier 变换的象函数， ω 、 F 、 F^{-1} 分别为 Fourier 算子、变换算符、逆变换算符。

式 (10) 的通解为：

$$\bar{u}(\omega, t) = e^{-\omega at} \int_0^t \omega a f(\tau) \cdot e^{-\omega^2 a \tau} d\tau, \quad (11)$$

据征函数 $\int_0^\infty e^{-ax} \cos \theta x dx = (\sqrt{\pi}/2\sqrt{a})e^{-\theta^2/4a}$ 及 Fourier 变换性质，求式 (11) 的 F^{-1} ^[22]：

$$\begin{aligned} F^{-1}[\bar{u}(\omega, t)] &= F^{-1}\left[e^{-\omega at} \int_0^t \omega a f(\tau) \cdot e^{-\omega^2 a \tau} d\tau\right] \\ &= f(t)|_{t=0} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \\ &\quad + \int_0^t \frac{d[f(t)]}{dt} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) dt, \end{aligned} \quad (12)$$

式中： $f(t) = \Delta H - \varepsilon t/\mu$ ，则 $f(0) = \Delta H$ ； $d[f(t)] = -\varepsilon/\mu$ ；对其进一步展开，有：

$$u(x, t) = \Delta H \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) - \frac{\varepsilon}{\mu} \int_0^t \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) dt, \quad (13)$$

由 $u(x, t) = h(x, t) - h(x, 0) - \varepsilon t/\mu$ 及 $\operatorname{erf}(t) = 1 - \operatorname{erfc}(t)$ ，进

一步整理式 (13) 可得：

$$\begin{aligned} h(x, t) - h(x, 0) &= \Delta H \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) + \frac{\varepsilon}{\mu} \int_0^t \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) dt. \end{aligned} \quad (14)$$

式 (14) 就是含田间灌溉下渗强度 ε 的河渠边附近潜水非稳定渗流模型的解析解。

3 ε 反演算式与沟渠影响规律

3.1 算式

在沟渠水位变动幅度 ΔH 、含水层参数 a 与 μ 已知的条件下，利用潜水位 $h(x, t)$ 动态监测数据，可依据式 (14) 计算出田间灌溉下渗 ε ；为避免式 (14) 积分项的复杂计算过程，利用式 (14)，求 $\partial h(x, t)/\partial t$ ：

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \Delta H \frac{xt^{-3/2}}{2\sqrt{\pi a}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) + \frac{\varepsilon}{\mu} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right), \quad (15)$$

由式 (15)，建立直接反演 ε 的算式：

$$\varepsilon = \mu \left[\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\Delta H xt^{-3/2}}{2\sqrt{\pi a}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) \right] / \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right). \quad (16)$$

根据 $0 \sim t_j$ 时段的实测水位 $h(x, t_j)$ ，逐项计算出式 (16) 右端项，就可直接计算出 ε_j 。

3.2 沟渠影响规律

由式 (15)，当 $\Delta H = 0$ ，有：

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = \varepsilon \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right), \quad (17)$$

在没有沟渠影响的平原区，田间灌溉下渗、降水入渗、潜水蒸发 (ε 为负) 所形成的潜水位变动算式为 $\mu \Delta h/\Delta t = \varepsilon$ ，这是所有专业教科书^[10-11]中的基本算式；该算式写成微分形式：

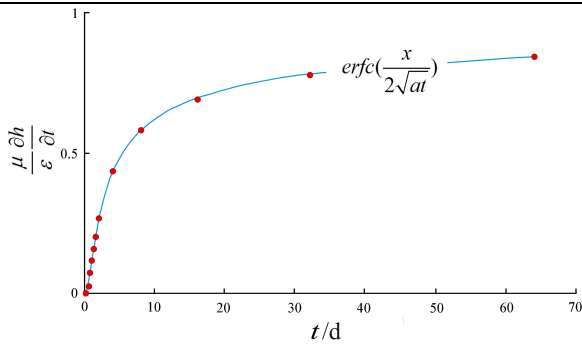
$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = \varepsilon, \quad (18)$$

由式 (17) 一式 (18)，在沟渠水位保持与潜水初始水位不变的条件下，沟渠边界对 ε 形成的潜水位变动的影响为 (注意 $\operatorname{erfc}(t) = 1 - \operatorname{erf}(t)$)：

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = \varepsilon \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right). \quad (19)$$

以实例中的基础数据为例，在沟渠水位保持不变的条件下，沟渠边界对 ε 形成潜水位变动的影响随时间变化规律如图 2。

由图 2 可知，在沟渠的影响下，田间灌溉下渗 ε 将抬高潜水位并高于河渠水位，则潜水要向河渠排泄，这 2 种作用同时发生，由此，沟渠附近潜水问题研究不宜忽略沟渠的影响；沟渠边界的影响，随时间延长而迅速增大并逐渐趋于 1，变化规律符合误差函数 $\operatorname{erfc}(w)$ 的规律。

图2 ε 形成的潜水位变动受沟渠影响随时间变化规律Fig.2 The change rule of diving position caused by ε influenced by ditches with time

4 实例研究

安徽省淮北平原中部,粉细砂构成的潜水含水层厚度约 8.0 m,下伏隔水底板为黏土层;研究地段,潜水位埋深 2.5~3.0 m。区内灌排干渠,基本深切至隔水底板;距离干渠 65 m 处,有一地下水位自记观测井,附近地面高程 30.72 m。

2022 年 8 月 1 日,干渠关闸引水灌溉;关闸前,潜水位与渠道水位基本持平,为 27.50 m;关闸后,渠道水位迅速上升约 2.0 m,之后较长时间保持水位不变;8 月 1—3 日,引水灌溉农田,观测井中地下水水位持续上升。

研究中,给水度 μ 利用野外测验数据, $\mu=0.035$;由水位动态监测数据算得 a 值为 $860 \text{ m}^2/\text{d}$ ^[17]。例中, $x=65 \text{ m}$ 、 $\mu=0.035$ 、 $a=860 \text{ m}^2/\text{d}$;该时段, $\Delta H=2.0 \text{ m}$;地下水位观测井监测数据,计算结果见图 3。

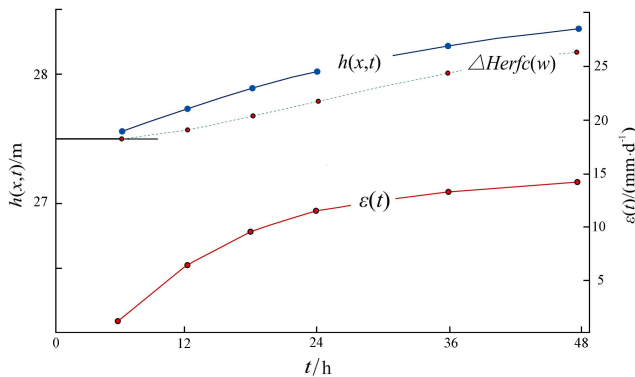


图3 潜水水位动态及灌溉回归强度随时间变化

Fig.3 The dynamics of water level and the intensity of irrigation regression change with time

由图 3 可知,计算期内,在灌溉下渗与河渠侧渗 ($\Delta H_{\text{erfc}}(w)$) 共同作用下,潜水水位由 27.50 m 持续上升至 28.36 m,对应的水位埋深由 3.22 m 减小至 2.36 m;需指出的是,就 $x=65 \text{ m}$ 实例中的观测而言,潜水水位上升幅度中,河渠侧渗的贡献比例,随时间延长而迅速增大,至计算期末达 62.8%。

实例研究也表明,在沟渠纵横的灌溉区,利用潜水

水位变动数据计算田间灌溉下渗强度时,当观测孔距离沟渠较近时,有必要考虑沟渠边界的影响。当然,在一定时间段内,随着潜水水位观测孔距离沟渠逐渐增大,沟渠边界影响也将逐渐减小;实际问题中,如何判断沟渠边界影响是否可以忽略,限于篇幅,将另文讨论。

5 结论

1) 灌区沟渠纵横,在利用潜水动态水位研究田间灌溉下渗强度问题时,应考虑对沟渠边界影响的消减。

2) 在潜水初始水位与沟渠水位项一致的条件下,田间灌溉下渗 ε 将抬高潜水水位、被抬高水位的潜水要向河渠排泄,实际潜水水位是这两种作用的叠加。

3) 本文研究的沟渠是完全切割含水层的,实际中更为普遍的沟渠是未完全切割含水层的,未完全切割含水层的沟渠附近潜渗流不宜简化为一维流,问题相对复杂;文中建立的田间灌溉下渗强度的渗流力学算法,数理关系清晰、所需数据也较容易获得,但方法应用时需注意与水文地质条件的相适性。

(作者声明本文无实际或潜在利益冲突)

参考文献:

- [1] 中国水利百科全书委员会. 中国水利百科全书[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1991.
- [2] 赵新宇, 钱武文. 灌溉回归水及其计算方法的研究进展[J]. 节水灌溉, 2023(2): 45-50.
- [3] 邢子强, 刘姗姗, 严登华, 等. 灌区退(回归)水量影响及预估研究进展[J]. 中国农村水利水电, 2017(8): 1-4.
- [4] 李文鹏. 对地表水资源与地下水资源重复量的认识与水资源开发利用理念探讨[J]. 水文地质工程地质, 2023, 50(1): 1-2.
- [5] 朱玉良, 邢萍. 区域水资源分析计算中重复水量的计算[J]. 黑龙江水利科技, 2006, 34(4): 42.
- [6] 黄永志. 菏泽地区引黄灌溉入渗补给计算方法及对浅层地下水资源量的影响[J]. 水文, 1992, 12(S1): 51-55.
- [7] 季叶飞, 束龙仓, 王振龙. 地下水可开采系数计算结果的可靠性与敏感性[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2010, 38(6): 688-692.
- [8] 介飞龙, 费良军, 李山, 等. 干旱区引水灌区灌溉退水计算方法[J]. 农业工程学报, 2021, 37(13): 66-73.
- [9] 王璐, 李升, 王友年, 等. 阿克苏河下游区灌溉入渗补给系数计算及影响因素分析[J]. 灌溉排水学报, 2019, 38(11): 65-73.
- [10] 张蔚榛. 地下水非稳定流计算和地下水资源评价[M]. 北京: 科学出版社, 1983.
- [11] 汪志农. 灌溉排水工程学[M]. 2 版. 北京: 中国农业出版社, 2010.
- [12] 李宝庆, 杨克定. 灌溉回归问题的试验研究[J]. 水文地质工程地质, 1986, 13(3): 8-11.
- [13] 谭菊萍. 黄河冲积平原灌溉入渗研究[J]. 地质调查与研究, 2013, 36(4): 299-304.
- [14] 胡顺军, 田长彦, 宋郁东. 干旱内陆河灌区灌溉入渗系数的测定与计算[J]. 灌溉排水学报, 2010, 29(2): 124-125.
- [15] 王友贞, 王修贵, 汤广民. 大沟控制排水对地下水水位影响研究[J]. 农业工程学报, 2008, 24(6): 74-77.
- [16] 王少丽, 瞿兴业. 盐渍兼治的动态控制排水新理念与排水沟(管)间距计算方法探讨[J]. 水利学报, 2008, 39(11): 1 204-1 210.

- [17] 吴丹, 陶月赞, 任红蕾. 灌渠水位变动影响下的潜水非稳定流计算[J]. 灌溉排水学报, 2018, 37(S1): 57-60.
- [18] 任红蕾, 陶月赞, 林飞, 等. 排水期沟渠附近潜水非稳定流解析解及参数反演[J]. 水利学报, 2022, 53(1): 117-125.
- [19] 刘苗苗, 杨丽, 李斐, 等. 基于数值模拟的新疆灌溉水田间入渗系数研究[J]. 中国农村水利水电, 2017(12): 17-21.
- [20] 陈志辉, 程旭学. 河西走廊灌溉水田间入渗补给地下水机理研究[J]. 西安工程学院学报, 2002, 24(1): 33-38.
- [21] 卞建民, 李育松, 胡昱欣, 等. 基于 Hydrus-1D 模型的大安灌区旱田灌溉入渗补给研究[J]. 干旱地区农业研究, 2014, 32(2): 191-195.
- [22] 姜玉山, 徐延钦, 王晓敏, 等. 数学物理方程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014.
- [23] 苏变萍, 陈东立. 复变函数与积分变换[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2018.

Groundwater Dynamics Method for Evaluating the Irrigation Infiltration of Farmland

ZHANG Yameng, KANG Bo, CHEN Kun, LI Yanjun, TAO Yuezan*, YANG Jie, HE Zhenyu

(Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: **【Objective】** In the irrigated area crisscrossed by canals, variation of unconfined groundwater table is controlled by the irrigation infiltration of farmland and the phreatic flow between the canal and unconfined aquifer. The purpose of this paper is reduce the influence of canal on the groundwater table. **【Method】** A one-dimensional transient phreatic flow model subjected to the canal boundary and the irrigation infiltration was established. Based on the linearization and homogenization about the model, analytical solution of the model was given by using the Fourier transformation. Based on this solution, the method was established to inverse the infiltration intension according to the variation of groundwater table, and the variation regulation of groundwater table influenced by canal was discussed. **【Result】** An observation hole 65 m from a main irrigation canal in the HuaiBei Plain of Anhui province was take as example, and the inversion process was demonstrated. At the end of the calculation period, about 62.8% of the groundwater table fluctuation was contributed by the effects of the canal. **【Conclusion】** The method for inversing the infiltration intension proposed in the paper, requires relatively accessible data and offers straightforward and convenient practical application.

Key words: irrigated area; unconfined groundwater; irrigation infiltration; Fourier transformation; canal

责任编辑: 赵宇龙